

基于 EM 算法的低剂量 CT 图像去噪

张元科¹, 张军英², 卢虹冰³

(1. 曲阜师范大学计算机学院, 山东日照 276826; 2. 西安电子科技大学计算机学院, 陕西西安 710071;
3. 第四军医大学生物医学工程系, 陕西西安 710032)

摘要: 提高低剂量 CT 图像的信噪比是使其获得有效临床应用的关键. 文中针对低剂量 CT 投影数据极低信噪比特性以及投影数据噪声所特有的非平稳高斯特性, 提出采用 EM (Expectation-Maximization) 算法通过求解图像后验概率的条件期望值最大的方法达到图像复原目的, 同时在算法中实现了图像模型参数的估计, 并且引入 Gibbs 采样技术, 很好的解决了算法计算问题. 计算机仿真及真实投影数据的实验表明, 本文算法无论从复原图像的可视化效果上还是从噪声-分辨率关系的定量分析上, 都具有一定优势.

关键词: 低剂量 CT; 图像去噪; 参数估计; EM 算法

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2012) 01-0027-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.01.005

Noise Reduction of Low-Dose CT Sinograms Based on EM Algorithm

ZHANG Yuan-ke¹, ZHANG Jun-ying², LU Hong-bing³

(1. School of Computer Science, Qufu Normal University, Rizhao, Shandong 276826, China;

2. School of Computer Science and Technology, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China;

3. Faculty of Biomedical Engineering, Fourth Military Medical University, Xi'an, Shaanxi 710032, China)

Abstract: Improving of the SNR of the low-dose CT image is a crucial issue for the low-dose CT application. In this paper, we employed an EM (expectation-maximization) scheme to restore the sinogram by the maximum a conditional expectation of the posteriori estimation, based on the special statistical property of low-dose CT sinogram, i. e., the extremely low SNR and the non-stationary noise property of the sinogram data. At the same time, parameters of the statistical model were estimated in the EM scheme. In addition, a Gibbs sampler was used to solve the computation problem. The effectiveness of the proposed algorithm was validated by both computer simulations and experimental studies. The gain of the proposed approach over other methods was quantified by noise-resolution tradeoff curves.

Key words: low-dose CT; noise reduction; parameter estimation; EM algorithm

1 引言

随着医学成像技术的发展, CT 在临床诊断中发挥了越来越大的作用, 但过高的辐射剂量限制了其在妇女儿童特别是疾病筛查中的作用, 因此近年来低剂量 CT 的研究吸引了广泛关注^[1]. 实际应用中, 主要是通过减少 X-射线发射管电流强度 (mAs) 的方法达到减少剂量的目的^[2]. 但低强度的发射电流会使得探测器端产生“光子饥饿” (photon starvation) 现象, 这使得投影数据产生严重噪声^[3].

到目前为止, 人们已经提出很多策略来解决该噪声问题, 主要包括基于滤波器的方法和基于统计的方

法^[4]. 滤波器法主要采用传统低通滤波器, 直接对投影数据, 或对重建图像进行滤波^[5~8], 其算法简单, 但通常不能有效处理信噪比较低的低剂量 CT 图像; 基于统计的方法, 由于较好地利用了投影图像统计特性, 因此往往能达到较好性能, 其两个主要研究方向包括: 在投影域和重建图像域之间进行的迭代重建算法 (SIIRS)^[9] 以及在投影域进行统计去噪并用滤波反投影 (FBP) 算法重建, 前者计算量大、计算时间长的缺点限制了其在实际中的应用, 后者逐渐成为当前的研究重点^[10~13].

对于统计去噪, 图像的噪声模型至关重要. Whiting^[14] 通过理论分析并考虑到 X-射线束的多能量谱特性后指出, CT 扫描过程中探测器端接收到的未经系统校

准及对数变换的光子信号服从复合泊松分布.但文献[11]指出,一方面实际中用于 CT 重建的投影数据的获取是一个非常复杂的过程,包括信号的规整化、系统校准以及对数变换等过程^[15],所有这些因素都增加了投影数据噪声分析的复杂性,而把这些因素都考虑在理论分析中是不实际的,另一方面低剂量 CT 扫描所产生的“光子饥饿”现象也会改变探测器端所接收光子信号的统计特性^[11].因此需要进行必要的试验分析.基于此思想,Dr Lu 及 Dr Li 等^[5,11]通过对低剂量 CT 条件下重复扫描获得的经系统校准及对数变换的投影数据进行统计分析后提出,经系统校准及对数变换后的低剂量 CT 投影数据噪声可近似认为服从空间非平稳高斯分布,噪声方差与该数据自身统计均值呈非线性关系.近年来,许多文献采用了此模型进行统计去噪,均取得了较好的效果^[4,11~13].但这些文献在运用该模型时,仅是简单的用含噪像素自身近似其均值,这种近似无疑会使去噪结果出现偏差.

本文针对低剂量 CT 投影数据极低信噪比的特性以及投影数据噪声所特有的非平稳特性,提出采用 EM 算法通过求解图像后验概率的条件期望值最大的方法达到图像复原目的,同时在算法中实现了图像模型参数的估计,并且在 EM 算法中引入 Gibbs 采样技术,很好地解决了算法的计算问题.试验表明,本文算法无论是从复原图像的可视化效果上还是从噪声-分辨率关系的定量分析上,都有明显优势.

2 基于 EM 的低剂量 CT 图像去噪

2.1 噪声模型

Lu 及 Li 等人^[5,11]提出,经系统校准及对数变换后的低剂量 CT 投影数据 \mathbf{y} 可近似认为是理想数据 \mathbf{x} 经加性空间非平稳高斯噪声 \mathbf{n} 污染的结果,即

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

并且每一个数据上的噪声均值近似为 0,而噪声方差则与该数据的统计均值呈如下非线性关系

$$\sigma_i^2 = f_i \exp(u_i / \eta) \quad (2)$$

其中 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_M]^T$, $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_M]^T$; u_i 为第 i 个探测器 (detector) 上获得的投影数据 x_i 的自身统计均值, σ_i^2 为数据 x_i 上所叠加噪声的方差; η 和 f_i 仅由具体 CT 设备配置决定,与所扫描物体无关(f_i 为对应于第 i 个探测器的参数,其值可以从事先重复扫描获得的投影数据中计算得到),详细的参数信息请参考文献[11].我们的目标是从观测图像 \mathbf{y} 中最大限度地获得理想图像的估计 $\hat{\mathbf{x}}$.

2.2 低剂量 CT 投影图像的统计模型

由贝叶斯定理知,理想投影图像 \mathbf{x} 的后验概率密

度函数为

$$p(\mathbf{x} | \mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{x})p(\mathbf{y} | \mathbf{x})}{p(\mathbf{y})} \quad (3)$$

其中 $p(\mathbf{x})$ 为 \mathbf{x} 的先验概率密度函数, $p(\mathbf{y} | \mathbf{x})$ 为观测图像 \mathbf{y} 的似然函数, $p(\mathbf{y})$ 与 \mathbf{x} 无关, 可视为常数.

$p(\mathbf{y} | \mathbf{x})$ 可由加性非平稳高斯噪声假设(式(1)、(2))以及 \mathbf{y} 中各数据统计独立假设^[16]获得,为

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y} | \mathbf{x}) &= \prod_{i=1}^M p(y_i | x_i) \\ &= \prod_{i=1}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp\left(-\frac{(y_i - x_i)^2}{2\sigma_i^2}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

其中 σ_i^2 为数据 x_i 上的噪声方差,满足式(2).为节省空间,此处并未给出式(4)的详细推导过程,详细过程请参阅文献[11,17].

文献[12]通过对低剂量 CT 投影数据进行分析,指出 CT 扫描过程中相邻角度及相邻探元间所获得数据具有较高相关性,因此 $p(\mathbf{x})$ 可由高斯马尔科夫随机场(GMRF)描述^[11~13,17,18],而具有边界保持特性的先验模型会使得投影数据产生分片效应,影响重建图像质量.采用 GMRF 模型时^[4,11~13]

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{Z} \exp\{-\epsilon(\mathbf{x})\} \quad (5)$$

$$\epsilon(\mathbf{x}; \beta) = \frac{1}{2\beta^2} \sum_{i=1}^M \sum_{j \in N(i)} (x_i - x_j)^2 \quad (6)$$

其中 $\epsilon(\mathbf{x})$ 为 GMRF 的能量函数^[17], Z 为归一化系数; β 为 GMRF 的参数,用来描述先验模型中相邻像素的平滑程度,且满足 $Z = \beta^M z$ (其中 z 是与 β 无关的常数^[19]); $N(i)$ 表示像素 i 的邻域集(通常取 4 邻域).为方便,我们记

$$U(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^M \sum_{j \in N(i)} (x_i - x_j)^2 \quad (7)$$

由式(3)~(6)可得理想投影图像的后验概率密度函数为

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x} | \mathbf{y}; \sigma, \beta) &= \frac{1}{\beta^M z \cdot p(\mathbf{y}) \cdot \prod_{i=1}^M \sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \\ &\cdot \exp\left\{-\sum_{i=1}^M \frac{(y_i - x_i)^2}{2\sigma_i^2} - \frac{1}{2\beta^2} \sum_{i=1}^M \sum_{j \in N(i)} (x_i - x_j)^2\right\} \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)中,参数 β 以及 σ_i^2 , ($i = 1, 2, \dots, M$) 是未知量,需要对其进行参数估计.

2.3 基于 EM 算法的低剂量 CT 图像去噪

“光子饥饿”现象使得低剂量 CT 图像的信噪比极低^[3],从而使得图像去噪过程中使用的投影数据已经受到严重的噪声污染,因此传统的简单求解目标函数极值的方法难以取得满意的效果^[19],而 EM 算法^[20]是

一种从“不完整数据”中求解目标函数条件期望极值的迭代算法,能较好解决此类问题,因此本文采用 EM 算法实现对理想投影图像 \mathbf{x} 的估计,同时在算法中实现参数 β 及 σ_i^2 , ($i=1,2,\dots,M$) 估计。

本文 EM 算法迭代过程如下(t 为迭代次数):

STEP E (expectation):

$$\begin{cases} M[\beta, \beta(t)] \\ = E[\ln p(\mathbf{x}; \beta) | \mathbf{y}; \beta(t), \sigma(t), \mathbf{x}(t-1)] \end{cases} \quad (9)$$

$$u_i(t) = E[x_i | \mathbf{y}; \beta(t), \sigma_i(t), \mathbf{x}(t-1)] \quad (10)$$

$$\begin{cases} M[\mathbf{x}, \mathbf{x}(t)] \\ = E[\ln p(\mathbf{x} | \mathbf{y}) | \mathbf{y}; \beta(t+1), \sigma(t+1), \mathbf{x}(t)] \end{cases} \quad (11)$$

STEP M (maximization):

$$\beta(t+1) = \underset{\beta \geq 0}{\operatorname{argmax}} M[\beta, \beta(t)] \quad (12)$$

$$\sigma_i^2(t+1) = f_i \exp\left(\frac{u_i(t)}{\eta}\right) \quad (13)$$

$$\mathbf{x}(t+1) = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmax}} M[\mathbf{x}, \mathbf{x}(t)] \quad (14)$$

关于此 EM 算法的几点说明:

(1) 估计参数 β 所采用的目标函数是图像先验概率密度 $p(\mathbf{x}; \beta)$ 关于观测图像 \mathbf{y} 的条件期望,通过求解此条件期望的极值,达到估计 β 的目的。

(2) 估计方差参数 σ_i^2 , ($i=1,2,\dots,M$) 的思想是:首先计算投影数据 x_i ($i=1,2,\dots,M$) 关于观测图像 \mathbf{y} 的条件期望,然后以此期望值作为此次迭代中的投影数据的统计均值并依据式(2)计算噪声方差,达到估计方差的目的。

(3) 图像复原的目标函数是理想图像 \mathbf{x} 的后验概率密度 $p(\mathbf{x} | \mathbf{y})$ 关于观测图像 \mathbf{y} 的条件期望,通过求解此条件期望的极值,达到图像复原目的。

(4) 第 t 次迭代中,先估计参数 $\beta(t+1)$ 及 $\sigma_i^2(t+1)$, ($i=1,2,\dots,M$), 然后以此新估计的参数为基础,估计图像 $\mathbf{x}(t)$ 。同时,新的图像估计值 $\mathbf{x}(t)$ 又是 $t+1$ 迭代中参数估计的基础。

2.4 算法的实现

对于参数 β , 结合式(8)、(9)、(12)可得

$$\beta(t+1) = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} E\left\{ -\ln \left[\frac{1}{\beta^M} \exp\left\{ -\frac{U(\mathbf{x})}{2\beta^2} \right\} \right] \middle| \mathbf{y}, \beta(t), \sigma(t) \right\} \quad (15)$$

运用文献[19]中的结果,得 β 的迭代式为

$$[\beta(t+1)]^2 = \frac{E[U(\mathbf{x}) | \mathbf{y}, \beta(t), \sigma(t)]}{M} \quad (16)$$

对于 $\sigma_i^2(t)$, ($i=1,2,\dots,M$), 结合式(10)、(13)得

$$\sigma_i^2(t+1) = f_i \exp\left\{ \frac{E[x_i | \mathbf{y}; \beta(t), \sigma_i(t), \mathbf{x}(t-1)]}{\eta} \right\} \quad (17)$$

对于理想投影图像 $\hat{\mathbf{x}}$ 的估计,结合式(8)、(11)、

(14)得

$$\mathbf{x}(t+1) = \underset{\mathbf{x} \geq 0}{\operatorname{argmin}} E\left\{ \sum_i \frac{(y_i - x_i)^2}{2\sigma_i^2} + \frac{1}{2\beta^2} \sum_{i=1}^M \sum_{j \in N(i)} (x_i - x_j)^2 \middle| \mathbf{y}; \beta(t+1), \sigma(t+1), \mathbf{x}(t) \right\} \quad (18)$$

式(18)的寻优可以采用 ICM(Iterated Conditional Modes)算法^[21], 可得到 \mathbf{x} 每一像素 x_i ($i=1,2,\dots,M$) 最优估计的迭代式为

$$x_i(t+1) = \frac{\beta^2(t+1)y_i + \sigma_i^2(t+1) \sum_{j \in N_i} E[x_j | \mathbf{y}; \beta(t+1), \sigma(t+1), x_j(t)]}{\beta^2(t+1) + a \sigma_i^2(t+1)} \quad (19)$$

式中 a 为所采用邻域系统内与 x_i 相邻的像素个数,由于本文采用 4-邻域系统,因此这里 $a=4$ 。

在实际计算中,注意到求解 β^2 的式(16)和求解 σ_i^2 的式(17)以及求解 x_i 的式(19)都分别涉及求 $U(\mathbf{x})$ 或 x_i 在条件 $(\mathbf{y}, \beta(t), \sigma(t), \mathbf{x}(t-1))$ 下的数学期望,即

$$\begin{aligned} E[U(\mathbf{x}) | \mathbf{y}, \beta(t), \sigma_i(t)] \\ = \int U(\mathbf{x}) p(\mathbf{x} | \mathbf{y}; \beta(t), \sigma(t), \mathbf{x}(t-1)) d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} E[x_i | \mathbf{y}, \beta(t), \sigma_i^2(t)] \\ = \int x_i p(x_i | \mathbf{y}; \beta(t), \sigma_i(t), \mathbf{x}(t-1)) dx_i \end{aligned} \quad (21)$$

由于需对投影图像 \mathbf{x} 或 x_i 的所有可能取值(无穷集)积分,计算难度和复杂度都很大,因此考虑采用 MCMC 技术对 \mathbf{x} 依后验概率密度函数(式(8))进行采样以获得对应的近似解。但是式(8)对应的是一个高维 Gibbs 分布,对其采样将会复杂且耗时,因此可以考虑由高斯马尔科夫随机场(GMRF)所导致的图像的局部后验特征。文献[22]的研究表明,在采用 GMRF 作为先验概率模型并且噪声为高斯噪声的情况下,理想图像 \mathbf{x} 的局部后验概率密度函数(a posteriori local pdf)是一个高斯函数,可表示成

$$p(x_i | \mathbf{y}, \sigma, \beta; x_j, j \in N_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi v_i}} \exp\left[-\frac{1}{2v_i^2} (x_i - \mu_i)^2 \right] \quad (22)$$

式(22)中 μ_i, v_i 分别为高斯分布的均值与均方差,结合本文投影图像的后验概率模型以及文献[22]的推导过程,有

$$\mu_i = \frac{\frac{1}{2\beta^2} \sum_{j \in N_i} x_j + \frac{y_i}{4\sigma_i^2}}{\sum_{j \in N_i} \frac{1}{2\beta^2} + \frac{1}{4\sigma_i^2}}, \quad v_i^2 = \left[\sum_{j \in N_i} \frac{2}{\beta^2} + \frac{1}{\sigma_i^2} \right]^{-1} \quad (23)$$

这样,采用 MCMC 技术对 \mathbf{x} 依式(8)的高维 Gibbs 分布的采样就转化成了对 x_i ($i=1,2,\dots,M$) 的依式(22)的一维高斯分布的采样,这将极大降低算法复杂度

和采样收敛所需的迭代次数. 实际运算中可以采用 Gibbs 采样器 (Gibbs Sampler) 进行采样, 即: 依据像素的局部后验概率 (式 (22)、(23)), 顺序对图像的每个像素进行采样, 并且在下一个像素采样时使用前面像素的采样结果, 从而加快收敛速度. Gibbs 采样器的详细信息请参考文献 [17, 18].

将采样所获得的 \mathbf{x} 样本带入式 (16)、(17)、(19), 得

$$[\beta(t+1)]^2 \approx \frac{\sum_{k=1}^K U(\mathbf{x}^k(t-1))}{KM} \quad (24)$$

$$\sigma_i^2(t+1) \approx f_i \exp\left[\frac{1}{\eta K} \sum_{k=1}^K x_i^k(t-1)\right] \quad (25)$$

$$x_i(t+1) \approx \frac{\beta^2(t+1)y_i + \frac{\sigma_i^2(t+1)}{K} \sum_{j \in N_i} \sum_{k=1}^K x_j^k(t)}{\beta^2(t+1) + a \sigma_i^2(t+1)} \quad (26)$$

其中 $\mathbf{x}^1(t-1), \mathbf{x}^2(t-1), \dots, \mathbf{x}^K(t-1)$ 为依后验概率密度函数 $p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \beta(t), \sigma(t), \mathbf{x}(t-1))$ 经充分 burn-in 过程后采样所获得的 K 个样本 (为方便, 本文称其为有效样本).

2.5 算法总结

本文所提出的基于 EM 算法的低剂量 CT 图像去噪步骤如下:

Step 1 读入一幅 CT 扫描并经系统校准和对数变换后的含噪投影图像 \mathbf{y} ;

Step 2 用 EM 算法估计参数 $\beta, \sigma_i^2, (i=1, 2, \dots, M)$ 以及理想图像 \mathbf{x} :

(a) 初始化 $\mathbf{x}(0) = \mathbf{y}, \beta^2(0), \beta^2(1), \sigma_i^2(1) = f_i \exp(x_i(0)/\eta)$, 置迭代次数 $t=1$;

(b) 以 $\mathbf{x}(t-1)$ 为初值, 依局部后验概率式 (22) 进行 Gibbs 采样, 获得 K 个有效样本 $\mathbf{x}^1(t-1), \mathbf{x}^2(t-1), \dots, \mathbf{x}^K(t-1)$;

(c) 若 $|\beta(t)^2 - \beta(t-1)^2| \leq \epsilon$ (ϵ 为小正常数), 则 $[\beta(t+1)]^2 = [\beta(t)]^2$, 转 (e);

(d) 由样本 $\mathbf{x}^1(t-1), \mathbf{x}^2(t-1), \dots, \mathbf{x}^K(t-1)$ 依式 (24), 得

$$[\beta(t+1)]^2 = \frac{\sum_{k=1}^K U(\mathbf{x}^k(t-1))}{KM};$$

(e) 由样本 $\mathbf{x}^1(t-1), \mathbf{x}^2(t-1), \dots, \mathbf{x}^K(t-1)$ 依式 (25), 得

$$\sigma_i^2(t+1) = f_i \exp\left[\frac{1}{\eta K} \sum_{k=1}^K x_i^k(t-1)\right];$$

(f) 由样本 $\mathbf{x}^1(t-1), \mathbf{x}^2(t-1), \dots, \mathbf{x}^K(t-1)$ 依式 (26), 得

$$x_i(t) = \frac{\beta^2(t+1)y_i + \frac{\sigma_i^2(t+1)}{K} \sum_{j \in N_i} \sum_{k=1}^K x_j^k(t-1)}{\beta^2(t+1) + a \sigma_i^2(t+1)};$$

(g) 若 \mathbf{x} 收敛, 则 $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}(t)$, 转 Step 3; 否则, 置 $t = t + 1$, 转步骤 (b);

Step 3 采用滤波反投影 (FBP) 重建算法对复原图像 $\hat{\mathbf{x}}$ 进行重建, 得到 CT 重建图像.

其中, 步骤 Step 2 (g) 中估计图像 \mathbf{x} 的收敛性准则, 本文采用的是经验值的方式, 这与文献 [12, 23] 的收敛判断方式是一致的. 通常迭代 8 次即可得到稳定的估计图像, 进一步的迭代并不能使估计图像在视觉效果上有更进一步提高.

3 实验结果分析

我们进行了仿真投影数据和真实投影数据实验. 在用不同方法对投影数据去噪后, 均通过 FBP 算法重建, 以比较这些去噪方法的性能. 关于去噪性能, 我们将从主观视觉评价、客观信噪比评价以及对图像分辨率保持评价三方面进行实验和分析. 实验的软硬件环境为: Matlab 7.1, Pentium IV 3.6GHz CPU, 2GB 内存.

3.1 计算机仿真实验

为检验算法有效性, 我们设计了一个仿真数字胸腔模型作为扫描物体, 尺寸为 $512 \times 512 \text{mm}^2$, 如图 1(a), 其中各物体形状及密度等参数如表 1. 然后对该模型进行扇形投影变换. 仿真投影过程中, 参数配置与 GE 公司多层螺旋 CT 配置相同, 即: 在 X-射线源旋转 360° 过程中, 共进行 984 次扇形投影; 每个投影角度 (projection view), 共有 888 个探测器单元接收入射光子; 探测器阵列与 X-射线源距离 949mm, 位于以旋转中心为圆心的同心圆上; X-射线源与旋转中心距离为 408mm, CT 重建图像大小为 512×512 .

为仿真低剂量 CT 投影数据, 我们在原始投影数据

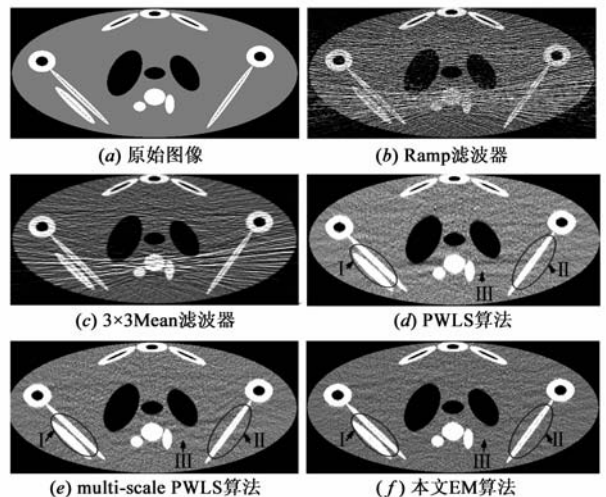


图1 对仿真投影数据实验结果

中添加非平稳高斯噪声. 添加方法为在原投影图像每像素上分别添加高斯噪声, 其均值为 0, 方差与该像素均值有关, 即由式(2)计算而得(同文献[11], 式(2)中参数 $\eta = 22000$).

图 1(b)为选用 Ramp 滤波器由 FBP 重建的 CT 图像, 图 1(c)为选用 3×3 均值滤波器滤波并由 FBP 重建的 CT 图像, 可见传统低通滤波器的滤波效果并不理想. 图 1(d)和(e)分别为用 PWLS 算法^[12]和 multi-scale PWLS 算法^[13]去噪后由 FBP 重建的 CT 图像(我们试验了参数 β 的各种取值以选取最好结果), 图 1(f)为本文 EM 算法去噪后由 FBP 重建的 CT 图像. 可看出, 这三种方法均能较好的滤除图像中的条状伪迹, 且本文方法较另两种算法降噪效果更突出, 如图 1(f)中箭头 III 所指区域较图 1(d)、(e)中对应区域更平滑, 且图 1(f)中箭头 II、III 所指圆圈标示区中骨头物质内部的细小缝隙较 1(d)、(e)中相应区域更加清晰.

表 1 仿真肩部模型中各物质的形状及密度参数

Coordinates of center	Axis lengths	Rotation angles	Intensity (HU)
(0,0)	(0.95,0.54)	0	500
(-0.2,0)	(0.1,0.2)	-20	-450
(0.2,0)	(0.08,0.16)	25	-450
(0,0.5)	(0.1,0.04)	0	450
(0,0.5)	(0.04,0.02)	0	-800
(-0.23,0.43)	(0.14,0.03)	30	450
(-0.23,0.43)	(0.08,0.008)	30	-800
(0.23,0.43)	(0.14,0.03)	-30	450
(0.23,0.43)	(0.08,0.008)	-30	-800
(0,-0.2)	(0.07,0.07)	0	450
(-0.1,-0.28)	(0.04,0.04)	0	450
(0.1,-0.26)	(0.03,0.08)	0	450
(-0.75,0.1)	(0.09,0.09)	0	450
(-0.75,0.1)	(0.04,0.04)	0	-800
(-0.5,-0.2)	(0.3,0.02)	-50	450
(-0.5,-0.2)	(0.28,0.002)	-50	-800
(-0.53,-0.27)	(0.2,0.03)	-50	450
(-0.53,-0.27)	(0.18,0.0015)	-50	-800
(0.7,0.14)	(0.09,0.09)	0	450
(0.7,0.14)	(0.04,0.04)	0	-800
(0.5,-0.2)	(0.3,0.02)	60	450
(0.5,-0.2)	(0.28,0.002)	60	-800
(0,0)	(0.07,0.05)	0	-450

我们也计算了各算法所获得重建图像的峰值信噪比(PSNR), 如表 2 所示. 其中:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(255^2 / \left(N1 \times N2 \sum_{i=0}^{N1} \sum_{j=0}^{N2} (G_{i,j} - F_{i,j})^2 \right) \right),$$

F 为原始图像, G 为去噪并重建之后的图像(其灰度值归一化为 $[0, 255]$), $N1, N2$ 分别为图像的宽度和高度. 由表 2 可看出, 本文算法的 PSNR 较其它算法均有提高, 这与前面可视化结果是一致的.

本次实验, EM 算法迭代 8 次后收敛, 算法总时间

约为 21s.

表 2 对仿真投影数据采用各种滤波算法之后所获得的重建图像的 PSNR

算法	Ramp	Mean	PWLS	multi-scale PWLS	EM
PSNR(dB)	13.075	16.728	23.846	24.247	24.585

3.2 真实投影数据实验

真实数据采用 GE 公司多层螺旋 CT 在电压 120kVp, 电流 10mA 下对一肩部模型扫描获得且经系统校准及对数变换的投影数据, CT 扫描环境配置参数与 3.1 节相同. CT 重建图像大小为 512×512 .

图 2(a)为选用 Ramp 滤波器由 FBP 重建的 CT 图像, 图 2(b)为选用 3×3 均值滤波器滤波并由 FBP 重建的 CT 图像, 可见此类方法的去噪效果仍然很差. 图 2(c)及(d)分别为采用 PWLS 算法及 multi-scale PWLS 算法去噪并 FBP 重建的 CT 图像(对于这两算法, 我们试验了参数 β 的各种取值以选取最好结果). 图 2(e)为采用本文 EM 算法进行去噪, 并 FBP 重建的 CT 图像. 可看出三种算法中 PWLS 算法去噪效果较差. 为比较本文算法与 multi-scale PWLS 算法的优劣, 我们放大显示了图 2(d)及(e)的一个兴趣区域(ROI), 如图 2(f)及(g). 从 ROI 的放大图中可看出本文算法去噪效果要好于 multi-scale PWLS 算法, 如: 图 2(g)中箭头 I 所指区域较图 2(f)中对应区域更平滑, 图 2(g)中箭头 II 所指圆圈区域内骨头物质内部细小缝隙能够肉眼很容易的分辨出来, 而图 2(f)中对应区域中的缝隙则较模糊; 图 2(g)中箭头 III 所指区域内肩关节骨头的分辨率较图 2(f)中对应区域的分辨率更高.

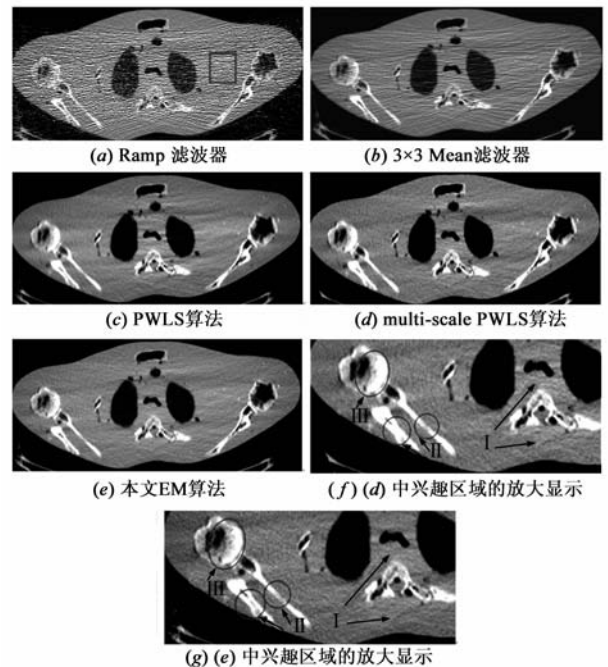


图 2 对真实的肩部投影数据实验结果, 式(2)中参数 $\eta = 22000$

为定量分析各算法优劣,我们在各重建图像中相同位置处选取一矩形区域(其位置如图2(a)所示),并计算该区域的信噪比SNR,计算方法为区域中数据均值(mean)除以其标准差(Standard deviation, Stdv).信噪比如表3所示.可看出,本文算法所获得的CT重建图像信噪比最高.

表3 真实投影数据采用各种滤波算法之后所获得重建图像的信噪比

算法	Mean(HU)	Stdv(HU)	SNR(dB)
Ramp	136.58	82.90	1.65
Mean	143.37	24.28	4.26
PWLS	143.07	10.83	13.21
Multi-scale PWLS	138.79	9.86	14.08
EM	135.36	9.38	14.36

本次实验,EM算法仍是迭代8次后收敛,算法总时间约为21s.

3.3 算法的噪声抑制及分辨率保持性能分析

评价CT图像去噪算法的性能优劣,不仅需考察复原图像的平滑程度,而且要考察复原图像的细节保持能力.我们采用文献[10]的方法对PWLS算法、multi-scale PWLS算法及本文EM算法在抑制噪声及分辨率保持方面性能进行定量分析,所用计算机仿真模型如图3,其建立方法可参考文献[3,10],其中白色嵌入物用以模拟骨骼,周围区域用以模拟人体软组织.在该模型进行仿真投影过程中参数配置以及为该投影数据添加噪声的方法与3.1节相同.

分辨率通过分析图3中垂直经过中间及右边白色嵌入物中心的轮廓线(如虚线所示)的ESF(Edge Spread Function)而得到.ESF是用于描述图像中物

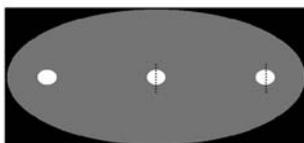


图3 用于噪声-分辨率分析的仿真模型

体边界扩散程度的一个测度.假设边界扩散核(broadening kernel)是一个均方差为 σ_b 的高斯函数,则可通过对轮廓线在边界处的像素进行高斯拟合,从而可以获得轮廓线的ESF.图像的分辨率可以用ESF的FWHM(Full-Width at Half-Maximum)表示,对于高斯函数,该值为

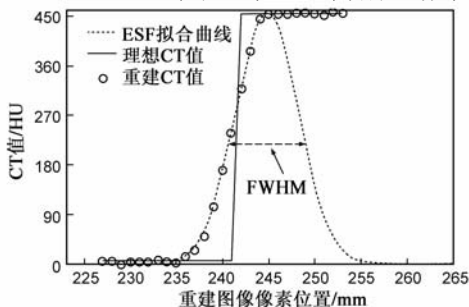
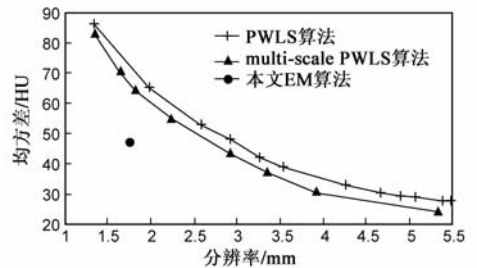


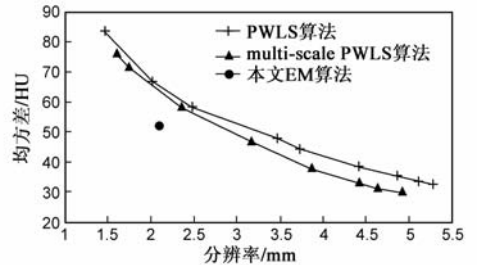
图4 重建图像中垂直经过中间白色嵌入物中心的一条轮廓及拟合曲线

$2.35\sigma_b$.例如,图4为中间的一条轮廓线在白色嵌入物边界处的像素以及对这些像素进行高斯拟合的曲线示意图.图中ESF曲线的扩散程度(即FWHM)代表了去噪算法对图像的细节损失程度.对噪声的抑制性能则通过计算轮廓线附近某均匀区域的均方差来测度.

通过在 10^{-5} 至 10^{-9} 范围内改变PWLS及multi-scale PWLS算法中参数 β 所获得的噪声-分辨率曲线示于图5.对于本文算法,由于采用了参数估计技术,因此其噪声-分辨率关系在图5中对应一个点.由图5可见,本文算法在噪声抑制及细节保持方面要优于其它两种算法.



(a) 重建图像右边白色嵌入物的分析结果



(b) 重建图像中间白色嵌入物的分析结果

图5 各算法的噪声-分辨率曲线

3.4 算法收敛性及时间复杂度分析

本文充分重视算法的运行效率问题.通过使用Gibbs采样器,利用局部后验概率分布的高斯性,对单个像素进行采样,从而极大地降低算法的复杂度.本文算法总时间复杂度约为 $O(A \times B \times M)$,其中 M 为投影图像的总像素数, A 为EM算法迭代次数, B 为Gibbs采样器采取样本图像数.

对于算法步骤Step 2(g)中估计图像 x 的收敛性判断准则,本文采用的是经验判断的方式,这与文献[12,23]的收敛判断是一致的.我们进行了大量的实验,结果表明算法通常在迭代8次后即可得到稳定的估计图像(即 $A=8$),进一步迭代不能使估计图像在视觉效果上有更明显提高.

我们实验中,使用Gibbs采样器采样时,产生6个样本图像(即 $B=6$),以后面4个样本图像作为有效样本即可取得理想效果.由于 A 与 B 均为常数,且其值远远小于 M ,因此算法总时间复杂度近似为 $O(M)$.对于 984×888 的投影图像,算法总时间约为21s,其运

行时间与 PWLS 算法相当,少于 multi-scale PWLS 算法。

4 结论

本文针对低剂量 CT 投影数据的极低信噪比特性以及投影数据所特有的非平稳高斯噪声特性,采用 EM 算法通过求解图像后验概率的条件期望值最大的方法达到图像复原目的,同时在算法中实现了图像模型参数的估计.其中,引入 MCMC 的 Gibbs 采样,很好的解决了期望值的计算问题。

本文算法的主要特点是:(1)针对低剂量 CT 图像极低信噪比特点,采用 EM 算法通过求解图像后验概率的条件期望值最大的方法达到了图像复原的目的;(2)算法自适应的估计图像统计模型中的参数,从而避免了传统算法针对不同扫描对象所需的人为参数设置,提高了算法的实用性;(3)通过采用 EM 算法将参数估计与理想图像估计融合在一起迭代进行,每次迭代中产生的新参数估计值与新图像估计值互为基础,从而保证了估计值的准确性。

通过与目前较先进的 PWLS 及 multi-scale PWLS 算法的试验比较表明,本文算法无论是从复原图像的可视化效果上还是从噪声-分辨率关系的定量分析上,都具有明显优势,具有一定的实际应用价值。

参考文献

- [1] Linton O W, Fred A, Mettler F A. National conference on dose reduction in CT, with an emphasis on pediatric patients[J]. American Journal of Roentgenology, 2003, 181(2): 321 - 329.
- [2] Yazdi M, Beaulieu L. Artifacts in spiral X-ray CT scanners: Problems and solutions[J]. International Journal of Biological and Medical Sciences, 2009, 4(3): 135 - 139.
- [3] Hsieh J. Adaptive streak artifact reduction in computed tomography resulting from excessive X-ray photon noise[J]. Medical Physics, 1998, 25(11): 2139 - 2147.
- [4] Wang J, Liang Z, Lu H, et al. Recent development of low-dose X-ray cone-beam computed tomography[J]. Current Medical Imaging Reviews (CMIR) Journal, 2010, 6(2): 72 - 81.
- [5] Lu Hongbing, Hsiao I, Li X, et al. Liang. Noise properties of low-dose CT projections and noise treatment by scale transformations[A]. 2001 IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record[C]. San Diego: IEEE, 2002. 1662 - 1666.
- [6] 王暄, 毕秀丽, 马建峰. 基于二次噪声检测和细节保护规则函数的图像滤波算法[J]. 电子学报, 2008, 36(2): 381 - 385.
Wang Xuan, Bi Xiu-li, MA Jian-feng. Image filtering algorithm using double noise detector and edge-preserving regularization function[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(2): 381 - 385. (in Chinese)
- [7] 张文革, 刘芳, 焦李成, 张向荣. 基于 Bandelets 域逐子块阈值的图像去噪[J]. 电子学报, 2010, 38(2): 290 - 294.
Zhang Wen-ge, Liu fang, Jiao Li-cheng, Zhang Xiang-rong. Image denoising using subsquarewise threshold in bandelets domain[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(2): 290 - 294. (in Chinese)
- [8] 孙伟峰, 彭玉华. 一种改进的非局部平均去噪方法[J]. 电子学报, 2010, 38(4): 923 - 928.
Sun Wei-feng, Peng Yu-hua. An improved noi-local means denoising approach[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(4): 923 - 928. (in Chinese)
- [9] Elbakri I A, Fessler J A. Statistical image reconstruction for polyenergetic X-ray computed tomography[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2002, 21(2): 88 - 99.
- [10] La Rivière P, Bian J, and Vargas P A. Penalized-likelihood sinogram restoration for computed tomography [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2006, 25(8): 1022 - 1036.
- [11] Li Tianfang, Li Xia, Wang Jing, et al. Nonlinear sinogram smoothing for low-dose X-ray CT[J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 2004, 51(5): 2505 - 2513.
- [12] Wang Jing, Li Tianfang, Lu Hongbing, et al. Penalized weighted least-squares approach to sinogram noise reduction and image reconstruction for low-dose X-ray computed tomography [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2006, 25(10): 1272 - 1283.
- [13] Wang Jing, Lu Hongbing, Wen J, et al. Multiscale penalized weighted least-squares sinogram restoration for low-dose X-ray computed tomography[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2008, 55(3): 1022 - 1032.
- [14] Whiting B R. Signal statistics in X-ray computed tomography [J]. SPIE Medical Imaging, 2002, 4682: 53 - 60.
- [15] Demirkaya O. Reduction of noise and image artifacts in computed tomography by nonlinear filtration of the projection images[J]. SPIE Medical Imaging, 2001, 4322: 917 - 923.
- [16] Lei T, Sewchand W. Statistical approach to x-ray CT imaging and its applications in image analysis - part I: statistical analysis of X-ray CT imaging[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1992, 11(1): 53 - 61.
- [17] Geman S, Geman D. Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1984, 6(6): 721 - 741.
- [18] Li Stan Z. Markov Random Field Modeling in Image Analysis (3rd ed)[M]. London: Springer, 2009. 194 - 198.
- [19] Saquib S, Bouman C A, Sauer K. ML parameter estimation for Markov random fields with applications to Bayesian tomography[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(7): 1029 - 1044.
- [20] Dempster A P, Laird N M, Rubin D B. Maximum likelihood

from incomplete data via the E-M algorithm[J]. Journal of the Royal Statistical Society Series B, 1977, 39(1): 1 - 38.

- [21] Besag J. On the statistical analysis of dirty pictures (with discussion)[J]. Journal of the Royal Statistical Society Series B, 1984, 48(3): 259 - 302.
- [22] Patrick Perez. Markov random fields and images[J]. CWI Quarterly, 1998, 11(4): 413 - 437.
- [23] Sauer K, Bouman C. A local update strategy for iterative reconstruction from projections[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 1993, 41(2): 534 - 548.

作者简介



张元科 男, 1979 年生于山东蓬莱. 2001 年, 2004 年于曲阜师范大学分别获学士、硕士学位, 2011 年于西安电子科技大学获博士学位, IEEE 会员. 主要研究方向为医学图像处理与理解, 计算生物信息学, 模式识别等.

E-mail: yuankezhang@163.com



张军英 女, 1961 年生于陕西西安. 西安电子科技大学教授, 博士生导师, IEEE 会员, 中国电子学会和计算机学会高级会员. 主要研究方向为计算生物信息学, 医学图像处理, 机器学习等.

E-mail: jyzhang@xidian.edu.cn



卢虹冰 女, 1967 年生于陕西西安. 第四军医大学教授, 博士生导师, 中国图形图象学会理事, 陕西省图形图象学会常务理事, IEEE EMBS 学会会员. 主要研究方向为发射断层成像的定量重建、低剂量 CT/ECT 成像系统的噪声抑制、医学可视化及计算机辅助检测与诊断(CAD)等.

E-mail: luhb@fmmu.edu.cn